Université de Bretagne Occidentale

FACULTÉ DES SCIENCES & TECHNIQUES

MASTER MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

PARCOURS MATHÉMATIQUES FONDAMENTALES

Semestre 8

Options (4 au choix)

Université de Bretagne Occidentale

FACULTÉ DES SCIENCES & TECHNIQUES

Groupes

Présentation

5 crédits ECTS

Volume horaire

Cours Magistral : 22h
Travaux Dirigés : 22h

Groupes linéaires : générateurs (transvections et dilatations) ; décomposition de Bruhat

> Formes bilinéaires et sesquilinéaires: formes symétriques, alternées, hermitiennes; groupe des automorphismes de ces formes
> Géométrie orthogonale: réflexions, retournements; générateurs du groupe orthogonal; centre
> Décomposition polaire et application à la topologie des groupes linéaires, orthogonaux et unitaires
> Actions de groupe, produit semi-direct
> p-Groupes, théorèmes de Sylow
> Groupes simples et résolubles, exemples: groupes symétriques et alternés
> Classification de groupes abéliens de type fini

. Représentations de groupes finis sur un espace vectoriel complexe.

Bibliographie

1. Artin, Algèbre géométrique, Gauthier-Villars, 1967
2. Deheuvels, Formes quadratiques et groupes classiques, PUF, 1981
3. Mneimné & F. Testard, Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques, Hermann, 1986
4. Perrin, Cours d'algèbre, Ellipses, 1986
5. Lang, Algebra, Addison-Wesley, 1993

J-P Serre, Représentations linéaires de groupes finis.

Modalités de contrôle des connaissances

Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	

Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	

Université de Bretagne Occidentale

FACULTÉ DES SCIENCES & TECHNIQUES

Variable complexe

Présentation

Rappels sur les séries entières; fonction exponentielle, logarithmes; fonctions analytiques, zéros isolés, principe du maximum
Fonctions holomorphes: conditions de Cauchy; indice, formule de Cauchy; analyticité des fonctions holomorphes, théorème de Morera; inégalités de Cauchy, théorème de Liouville
Singularités : singularités isolées, fonctions méromorphes ; séries de Laurent, résidu ; théorème des résidus, théorème de Rouché.

5 crédits ECTS

Volume horaire

Cours Magistral : 22h
Travaux Dirigés : 22h

Bibliographie

Cartan, Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variable complexes. Herman, 1961.

Dolbeault, Analyse complexe, Dunod, 1997.

Modalités de contrôle des connaissances

Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	5/30	

Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	5/30	

Géométrie algébrique et géométrie différentielle

Présentation

5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h
Cours Magistral : 22h

Géométrie Algébrique (12h CM-12h TD)

> Rappels sur les opérations sur les idéaux (somme, produit, intersection, radical). Rappels sur les idéaux premiers, maximaux.
> Anneaux noethériens. Théorème de la base d'Hilbert. Algèbres de type fini sur un corps.
> Ensembles algébriques affines, anneaux de coordonnées. Exemples: courbes, hypersurfaces affines, etc.
> Ensembles algébriques projectifs, anneaux de coordonnées homogènes. Exemples: courbes, hypersurfaces projectives, etc.
> Topologie de Zariski sur un ensemble algébrique. Sous-ensembles irréductibles, composantes irréductibles. Espaces topologiques noethériens.
> Variétés algébriques affines, quasi-affines, projectives, quasi-projectives. Corps de fonctions. Dimension.
> Théorème des zéros de Hilbert.
> Points singuliers, points réguliers. Critère jacobien.

Géométrie Différentielle (12h CM-12h TD)

> 3 différentes définitons de variétés différentiables soit par des cartes, soit par équations implicites, soit comme graphes d'applications. Régularité d'une courbe (resp. surface) en un point. Exemples.
> Espace tangent. Longueur, courbure, rayon de courbure de courbe plane. Formule de Frénet.
> Courbes de l'espace, trièdre de Frenet.
> Surface de R^3: Première et Seconde forme fondamentale, courbure de Gauss, courbures normales et principales (application de Weingarten, shape operator)
> Fibré tangent. Champs de vecteurs.

. Fibré cotangent. formes différentielles, leur produit tensoriel, symétrique et extérieur. Dérivée extérieure d'une forme différentielle. Énoncé du théorème de Stokes.

Bibliographie

Géométrie Algébrique :

William Fulton : An Introduction to Algebraic Geometry.

Cox Little O'Shea :Ideals, Varieties, and Algorithms: An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra

Le Stum : Courbes algébriques (cours et exercices master 1, 1999)

Robin Hartshorne: Algebraic Geometry (Chapitre 1)

Géométrie différentielle

Lelong Ferrand Arnaudiès : Tome 4

Barrett O'Neill : Elementary Differential Geometry.

Andrew Pressley : Elementary Differential Geometry.

Modalités de contrôle des connaissances

Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	

Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	

Université de Bretagne Occidentale

FACULTÉ DES SCIENCES & TECHNIQUES

Statistique

Présentation

Modèle statistique. Estimation paramétrique, critères de performance. Intervalle de confiance. Estimation par vraisemblance, information de Kullback-Leibler, de Fisher, normalité asymptotique. Classification des statistiques. Tests statistiques paramétriques, lemme de Neyman-Pearson, optimalité. Tests d'hypothèses multiples. Tests usuels. Modèle linéaire, échantillons gaussiens. Tests non-paramétriques. Test d'adéquation et d'indépendance.

5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h
Cours Magistral : 22h

Bibliographie

Cadre et Vial. Statistique mathématique, 2012.

Lejeune. Statistique. La théorie et ses applications. Springer 2011.

Bickel et Doksum. Mathematical Statistics. Prentice Hall, 2007.

Modalités de contrôle des connaissances

Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	5/30	

Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	5/30	

Analyse avancée

Présentation

Espaces fonctionnels de type Sobolev en dimension 1, Inegalité de Poincaré, Injections compactes. Densité des fonctions continues à support compacts.

Problèmes de calcul des variations en dimension 1, méthodes directes, équation d'Euler Lagrange, formulation lagrangienne, conditions nécessaires d'optimalité

Formulation variationnelle et solutions faibles de problème aux limites, théorème de Lax Milgram et Stampacchia.

5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h
Cours Magistral : 22h

Compétences visées

H. Brézis: Analyse Fonctionnelle

Gelfand Fomin : Calculus of Variations

Modalités de contrôle des connaissances

Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	

Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	