

## Master Mathématiques et Applications

### Parcours Approfondissement Disciplinaire

#### Objectifs

L'accès au parcours agrégation est de droit après une année de Master 1 (S7 et S8) de la spécialité "Mathématiques fondamentales" et sur dossier sous réserve des UEs choisies après une année de Master 1 dans toute autre spécialité de la mention "Mathématiques et applications".

Ce parcours comprend 246h étudiant en S9 et 156h étudiant en S10. Ceci fait un total de 402h étudiant pour ce parcours agrégation. L'UE "Mathématiques à l'écrit B" en S0 et l'UE "Algèbre et analyse à l'oral B" en S10 peuvent servir de base à une préparation interne proprement dite.

Ce Master a pour but d'apporter des compléments disciplinaires en mathématiques et de préparer au concours interne de l'Agrégation de Mathématiques, tout en validant un master. Les cours ont lieu à Brest (UBO, UFR Sciences et Techniques).



#### Conditions d'accès

L'accès en M1 ou en M2 se fait sur dossier.

En M2, après examen des dossiers, une dérogation pour l'inscription sera accordée, en principe, aux enseignants n'ayant pas de Master 1 et justifiant d'une expérience professionnelle après l'obtention du CAPES de Mathématiques ou du CAPLP Maths/Sciences.

#### Insertion professionnelle

Le débouché principal est l'enseignement des mathématiques dans le secondaire.

#### Infos pratiques

**Faculté des Sciences et Techniques** à Brest

Ouvert en stage

#### Contacts

Responsable pédagogique

REGBAOUI Rachid

rachid.regbaoui@univ-brest.fr

## Programme

### M1

#### Semestre 7

<b>Algèbre</b>	66h
<b>Analyse fonctionnelle</b>	66h
<b>Probabilités</b>	44h
<b>Option (1 au choix)</b>	44h
- Algèbre orienté informatique	44h
- Méthodes numériques	44h

#### Semestre 8

<b>Options (4 au choix)</b>	176h
- Groupes	44h
- Variable complexe	44h
- Géométrie algébrique et géométrie différentielle	44h
- Statistique	44h
- Analyse avancée	44h
<b>Préparation à la vie professionnelle</b>	59h

### Travail d'Etudes et de Recherche TER

### M2

#### Semestre 9

<b>Mathématiques à l'écrit 1</b>	22h
<b>Mathématiques à l'écrit 2</b>	22h
<b>Algèbre et analyse à l'oral</b>	22h
<b>TICE</b>	8h

#### Semestre 10

<b>Algèbre et géométrie à l'oral</b>	27.5h
<b>Analyse et probabilités à l'oral</b>	27.5h
<b>Mémoire ou stage</b>	

Dernière mise à jour le 27 février 2024

# Algèbre

## Présentation

- > Anneaux, idéaux, anneaux quotients, localisation, anneaux de fractions
- > Anneaux principaux, factoriels, noethériens
- > Idéaux premiers, maximaux, anneaux intègres, corps.
- > Anneaux de polynômes : polynômes symétriques, résultant, discriminant
- > Extensions de corps, extensions finies, algébriques et transcendentes, corps algébriquement clos, degré d'une extension, applications à la construction à la règle et au compas
- > Théorie de Galois

### 7 crédits ECTS

Volume horaire

Cours Magistral : 33h

Travaux Dirigés : 33h

## Bibliographie

S. Lang, Algebra, Addison-Wesley, 1993

M.-P. Malliavin, Algèbre commutative, Masson, 1985

1. Tauvel, Cours d'algèbre, Dunod, 1999

J-P Escofier: Théorie de Galois

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2, 10), (N1+N2+N3)/3, N3)$ - Pas de session 2

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

# Analyse fonctionnelle

## Présentation

Espace de Banach : Théorèmes de Hahn-Banach, de séparation, de Banach Steinhaus et l'application ouverte et du graphe fermé.

Topologies faibles, Espaces réflexifs, compacité séquentielle faible de la boule unité

Opérateurs compacts, Théorème de Hille Yosida, théorie spectrale pour les opérateurs autoadjoint compacts, Alternative de Fredholm.

Application aux espaces fonctionnels : espaces  $L_p$ , convolution, densités des fonctions continues à support compacts dans  $L_p$ ,

Distributions. Fonctions de  $L^1$  loc et distributions, Convergence de distributions, Dérivation. Distributions tempérées et leur transformée de Fourier. Applications

### 7 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 33h

Cours Magistral : 33h

## Bibliographie

H. Brezis: Analyse Fonctionnelle

L. Schwartz: Théorie des distributions,

F.G. Friedlander et M. Joshi: Introduction to the theory of distributions

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2,10), (N1+N2+N3)/3, N3)$ - Pas de session 2 -

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

# Probabilités

## Présentation

- Rappels et compléments en probabilités : théorèmes de Carathéodory et de Dynkin, régularité intérieure des mesures sur  $\mathbb{R}^d$ , mesure produit et indépendance, processus stochastiques, suites de variables indépendantes (existence), second lemme de Borel-Cantelli, loi du 0-1 de Kolmogorov, différents types de convergence et relations entre ces convergences, critères de Cauchy (pour les convergences  $L^p$ , en probabilité et presque-sûre), convergence en loi (théorème du portemanteau, tension et compacité)

- Espérance conditionnelle : définition, interprétation, propriétés, densités et lois conditionnelles

- Martingales en temps discret : définitions de (sur/sous)-martingales, processus prévisibles, stratégies, décomposition de Doob, temps d'arrêt, théorème d'arrêt optionnel de Doob, théorèmes de convergence

- Chaînes de Markov : propriété de Markov, théorème de Perron-Frobenius, récurrence.

### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h

Cours Magistral : 22h

## Bibliographie

Billingsley – Probability and measure (1986)

Hall & Heyde – Martingale limit theory and its application (1980)

Karlin – Initiation aux processus aléatoires (1969)

Ouvrard – Probabilités 2 (2000)

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2,10), (N1+N2+N3)/3, N3)$ - Pas de session 2 -

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

## Option (1 au choix)

# Algèbre orienté informatique

## Présentation

### Codage:

- > Rappels sur les corps finis: construction de corps finis, algèbre linéaire sur un corps fini, anneau de polynômes en une indéterminée sur un corps fini, cyclicité du groupe multiplicatif
- > Codes correcteurs d'erreurs linéaires. Longueur, dimension, distance, capacité de correction d'un code. Borne de Singleton. Matrice génératrice d'un code, matrice de parité d'un code
- > Exemples de codes: codes polynomiaux, codes cycliques, codes de Hamming, codes BCH, codes de Reed-Solomon (codage et décodage, correction d'erreurs)

### Cryptographie:

- > Systèmes de chiffrement simples: chiffrements affine et linéaire
- > Le chiffrement RSA
- > L'échange de clé publique Diffie-Hellman
- > Le chiffrement Massey-Omura
- > Le chiffrement ElGamal
- > Fonctions de hachage et la signature DSS
- > Le problème du logarithme discret

### Modélisation géométrique:

- > Courbes et surfaces paramétrées, courbes et surfaces polynomiales et rationnelles.
- > Polynômes de Bernstein et courbes et surfaces de Bézier. Polarisation d'un polynôme et l'algorithme de De Casteljaou. La méthode de sous-division pour approcher les courbes et surfaces polynomiales.

Implicitisation des courbes et surfaces rationnelles. Idéal d'élimination. Résultants, théorèmes de projection et d'élimination et d'implicitisation. Bases de Groebner.

## Bibliographie

Lindsay Childs: A concrete introduction to higher algebra.  
 Lekh Vermani: Elements of algebraic coding theory.  
 Neil Koblitz: A course in number theory and cryptography.  
 Jean Gallier: Curves and surfaces in geometric modeling. Theory and algorithms.  
 Cox, Little O'Shea : Ideals, varieties and algorithms.

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2, 10), (N1+N2+N3)/3, N3)$ - Pas de session 2 -

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h

Cours Magistral : 22h

# Méthodes numériques

## Présentation

1- Résolution de systèmes linéaires et non linéaires :

Méthodes des directions alternées, stationnaires et instationnaires, méthodes de Krylov, techniques de préconditionnement, méthodes de Newton-Kantorovich (version exacte et variante inexacte).

2- Calcul spectral :

Méthodes de la puissance, puissance inverse, quotient de Rayleigh et de Lanczos incomplète.

3- Programmation et application des méthodes étudiées sur des problèmes concrets.

### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h

Cours Magistral : 22h

## Bibliographie

L.Amodei, J.-P. Dedieu, Analyse numérique matricielle, Dunod, 2008. A. Quarteroni, F. Saleri, P. Gervasio, Scientific computing with MATLAB and Octave, Springer, 2014

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2, 10), (N1+N2+N3)/3, N3)$ - Pas de session 2 -

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2



## Options (4 au choix)

## Groupes

### Présentation

Groupes linéaires : générateurs (transvections et dilatations) ; décomposition de Bruhat

- > Formes bilinéaires et sesquiliéaires: formes symétriques, alternées, hermitiennes; groupe des automorphismes de ces formes
- > Géométrie orthogonale: réflexions, retournements; générateurs du groupe orthogonal; centre
- > Décomposition polaire et application à la topologie des groupes linéaires, orthogonaux et unitaires
- > Actions de groupe, produit semi-direct
- > p-Groupes, théorèmes de Sylow
- > Groupes simples et résolubles, exemples: groupes symétriques et alternés
- > Classification de groupes abéliens de type fini

#### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Cours Magistral : 22h

Travaux Dirigés : 22h

Représentations de groupes finis sur un espace vectoriel complexe.

### Bibliographie

1. Artin, Algèbre géométrique, Gauthier-Villars, 1967
2. Deheuvels, Formes quadratiques et groupes classiques, PUF, 1981
3. Mneimné & F. Testard, Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques, Hermann, 1986
4. Perrin, Cours d'algèbre, Ellipses, 1986
5. Lang, Algebra, Addison-Wesley, 1993

J-P Serre, Représentations linéaires de groupes finis.

### Modalités de contrôle des connaissances

#### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2,10), (N1+N2+N3)/3,N3)$ - Pas de session 2 -

#### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

# Variable complexe

## Présentation

Rappels sur les séries entières; fonction exponentielle, logarithmes; fonctions analytiques, zéros isolés, principe du maximum  
 Fonctions holomorphes: conditions de Cauchy; indice, formule de Cauchy; analyticité des fonctions holomorphes, théorème de Morera; inégalités de Cauchy, théorème de Liouville  
 Singularités : singularités isolées, fonctions méromorphes ; séries de Laurent, résidu ; théorème des résidus, théorème de Rouché.

### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Cours Magistral : 22h

Travaux Dirigés : 22h

## Bibliographie

Cartan, Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variable complexes. Herman, 1961.  
 Dolbeault, Analyse complexe, Dunod, 1997.

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2,10), (N1+N2+N3)/3,N3)$ - Pas de session 2 -

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

# Géométrie algébrique et géométrie différentielle

## Présentation

### Géométrie Algébrique (12h CM-12h TD)

- > Rappels sur les opérations sur les idéaux (somme, produit, intersection, radical). Rappels sur les idéaux premiers, maximaux.
- > Anneaux noethériens. Théorème de la base d'Hilbert. Algèbres de type fini sur un corps.
- > Ensembles algébriques affines, anneaux de coordonnées. Exemples: courbes, hypersurfaces affines, etc.
- > Ensembles algébriques projectifs, anneaux de coordonnées homogènes. Exemples: courbes, hypersurfaces projectives, etc.
- > Topologie de Zariski sur un ensemble algébrique. Sous-ensembles irréductibles, composantes irréductibles. Espaces topologiques noethériens.
- > Variétés algébriques affines, quasi-affines, projectives, quasi-projectives. Corps de fonctions. Dimension.
- > Théorème des zéros de Hilbert.
- > Points singuliers, points réguliers. Critère jacobien.

### Géométrie Différentielle (12h CM-12h TD)

- > 3 différentes définitions de variétés différentiables soit par des cartes, soit par équations implicites, soit comme graphes d'applications. Régularité d'une courbe (resp. surface) en un point. Exemples.
  - > Espace tangent. Longueur, courbure, rayon de courbure de courbe plane. Formule de Frenet.
  - > Courbes de l'espace, trièdre de Frenet.
  - > Surface de  $\mathbb{R}^3$ : Première et Seconde forme fondamentale, courbure de Gauss, courbures normales et principales (application de Weingarten, shape operator)
  - > Fibré tangent. Champs de vecteurs.
- . Fibré cotangent. formes différentielles, leur produit tensoriel, symétrique et extérieur. Dérivée extérieure d'une forme différentielle. Énoncé du théorème de Stokes.

### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h

Cours Magistral : 22h

## Bibliographie

### Géométrie Algébrique :

William Fulton : An Introduction to Algebraic Geometry.

Cox Little O'Shea : Ideals, Varieties, and Algorithms: An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra

Le Stum : Courbes algébriques (cours et exercices master 1, 1999)

Robin Hartshorne: Algebraic Geometry (Chapitre 1)

### Géométrie différentielle

Lelong Ferrand Arnaudiès : Tome 4

Barrett O'Neill : Elementary Differential Geometry.

Andrew Pressley : Elementary Differential Geometry.

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Écrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2, 10), (N1+N2+N3)/3, N3)$ - Pas de session 2 -



Université de Bretagne Occidentale

## Session 2 : Contrôle de connaissances

<b>Nature de l'enseignement</b>	<b>Modalité</b>	<b>Nature</b>	<b>Durée (min.)</b>	<b>Coefficient</b>	<b>Remarques</b>
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

# Statistique

## Présentation

Modèle statistique. Estimation paramétrique, critères de performance. Intervalle de confiance. Estimation par vraisemblance, information de Kullback-Leibler, de Fisher, normalité asymptotique. Classification des statistiques. Tests statistiques paramétriques, lemme de Neyman-Pearson, optimalité. Tests d'hypothèses multiples. Tests usuels. Modèle linéaire, échantillons gaussiens. Tests non-paramétriques. Test d'adéquation et d'indépendance.

### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h

Cours Magistral : 22h

## Bibliographie

Cadre et Vial. Statistique mathématique, 2012.

Lejeune. Statistique. La théorie et ses applications. Springer 2011.

Bickel et Doksum. Mathematical Statistics. Prentice Hall, 2007.

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2,10), (N1+N2+N3)/3, N3)$ - Pas de session 2 -

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

## Analyse avancée

### Présentation

Espaces fonctionnels de type Sobolev en dimension 1, Inégalité de Poincaré, Injections compactes. Densité des fonctions continues à support compacts.

Problèmes de calcul des variations en dimension 1, méthodes directes, équation d'Euler Lagrange, formulation lagrangienne, conditions nécessaires d'optimalité

Formulation variationnelle et solutions faibles de problème aux limites, théorème de Lax Milgram et Stampacchia.

#### 5 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 22h

Cours Magistral : 22h

### Compétences visées

H. Brézis: Analyse Fonctionnelle

Gelfand Fomin : Calculus of Variations

### Modalités de contrôle des connaissances

#### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
UE	CC	Ecrit et/ou Oral		1/1	NF= $\max(\min((N1+N2)/2,10), (N1+N2+N3)/3,N3)$ - Pas de session 2 -

#### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
	Autre modalité	Autre nature			Pas de session 2

## Préparation à la vie professionnelle

**6 crédits ECTS**

Volume horaire

Travaux Dirigés : 35h

Cours Magistral : 24h



## Travail d'Etudes et de Recherche TER

4 crédits ECTS

### Modalités de contrôle des connaissances

---

Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Autres	Contrôle ponctuel	Rapport écrit et soutenance orale	30	1/1	coefficients: 50% rapport écrit, 50% soutenance orale

# Mathématiques à l'écrit 1

## 9 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 8.5h

Cours Magistral : 13.5h

## Modalités de contrôle des connaissances

### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	+CC, note finale max(CT,(2CT+CC)/3)

### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	

## Mathématiques à l'écrit 2

### 9 crédits ECTS

Volume horaire

Travaux Dirigés : 8.5h

Cours Magistral : 13.5h

### Modalités de contrôle des connaissances

#### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	+CC, note finale max(CT,(2CT+CC)/3)

#### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Ecrit - devoir surveillé	180	1/1	

## Algèbre et analyse à l'oral

**9 crédits ECTS**

Volume horaire

Cours Magistral : 22h

### Modalités de contrôle des connaissances

---

#### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Oral	60	1/1	

#### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Oral	60	1/1	

## TICE

**3 crédits ECTS**

Volume horaire

Travaux Dirigés : 8h

## Algèbre et géométrie à l'oral

**6 crédits ECTS**

Volume horaire

Cours Magistral : 27.5h

### Modalités de contrôle des connaissances

---

#### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Oral	60	1/1	

#### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Oral	60	1/1	

## Analyse et probabilités à l'oral

**6 crédits ECTS**

Volume horaire

Cours Magistral : 27.5h

### Modalités de contrôle des connaissances

---

#### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Oral	60	1/1	

#### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Cours Magistral	CT	Oral	60	1/1	

## Mémoire ou stage

18 crédits ECTS

### Modalités de contrôle des connaissances

---

#### Session 1 ou session unique - Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Autres	CT	Rapport écrit et soutenance orale	60	1/1	

#### Session 2 : Contrôle de connaissances

Nature de l'enseignement	Modalité	Nature	Durée (min.)	Coefficient	Remarques
Autres	CT	Rapport écrit et soutenance orale	60	1/1	